Chap Triangles égaux
Théorème de Thalès et réciproque

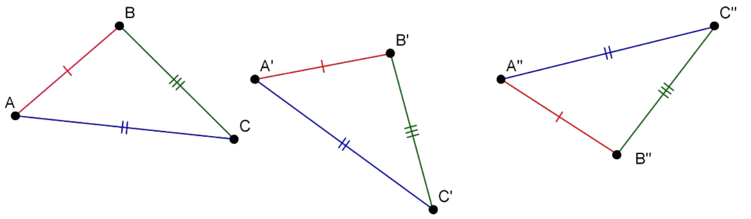
Rappels :
Propriétés des angles et des triangles
Ex 4, 5, 6 p 209 Fp QF (ex 1)
Ex 18, 20 p 214 Ex 15, 16, 17 p 214

4° Chap	Objectifs :
	• Revoir les propriétés sur les angles et les triangles • Reconnaitre des triangles égaux • Utiliser le théorème de Thalès et sa réciproque

I. Triangles égaux

Définition
Deux triangles sont égaux si leurs côtés sont deux à deux de la même longueur.

Exemple
Les triangles ABC, A'B'C' et A''B''C'' sont égaux car
AB = A'B' = A''B''
AC = A'C' = A''C''
BC = B'C' = B''C''

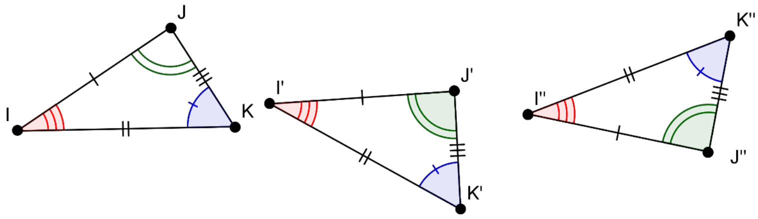


Fp triangles égaux (1)

Propriété
Si deux triangles sont égaux alors ils sont superposables et leurs angles sont deux à deux de même mesure.

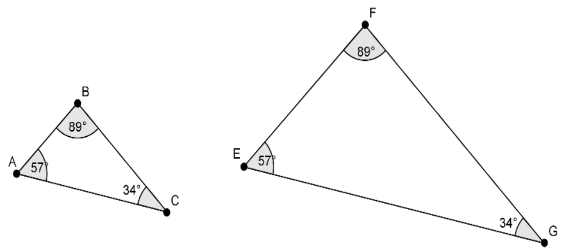
Exemple
Les triangles IJK, I'J'K' et I''J''K'' sont égaux donc

$$\widehat{JIK}=\widehat{J'I'K'}=\widehat{K''I''J''}$$
$$\widehat{IKJ}=\widehat{I'K'J'}=\widehat{I''J''K''}$$
$$\widehat{KJI}=\widehat{K'J'I'}=\widehat{J''K''I''}$$



Remarque
Deux triangles dont les angles sont deux à deux de même mesure ne sont pas forcément égaux.

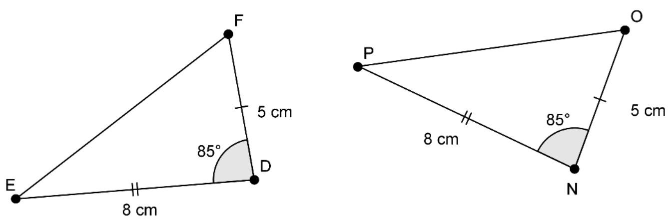
Les triangles ABC et EFG ne sont pas égaux



Propriété
Si deux triangles ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ils sont égaux.

Exemple

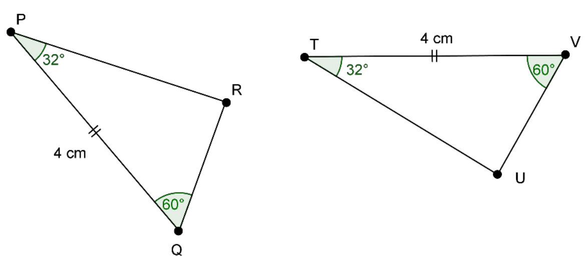
Sur les figures ci-contre
ED = PN , FD = ON
et $\widehat{FDE}=\widehat{ONP}$



Ex 9 p 211, Ex 25 p 215
Fp Triangles égaux (2)

Propriété
Si deux triangles ont, deux à deux, un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.

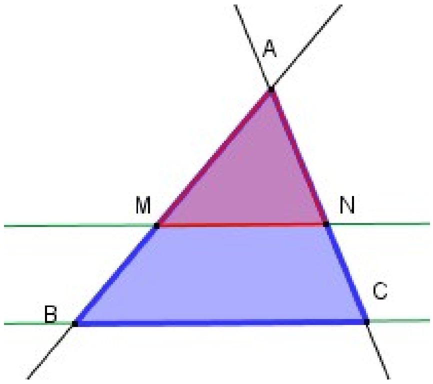
Exemple
Sur les figures ci-contre
PQ = VT , $\widehat{RPQ}=\widehat{VTU}$
et $\widehat{RQP}=\widehat{TVU}$
Donc les triangles sont égaux



Ex 10 p 211

II. Théorème de Thalès

Recherche sur Thalès 15 lignes
Activité Thalès
Activité Géogébra



(MN)//(BC)
AMN est une réduction

Théorème de Thalès
Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés,
et si les droites **(BC)** et **(MN)** sont parallèles,

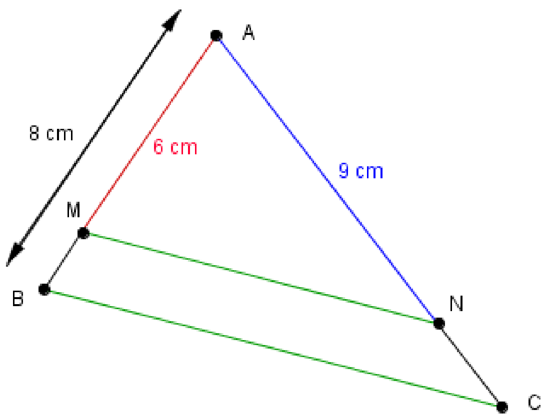
alors $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$ = Longueurs du triangle AMN / Longueurs du triangle ABC

Cette égalité est appelée « égalité de Thalès »

Remarques
- Les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnelles.
- On peut écrire aussi $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ (les trois rapports sont juste inversés).
- Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs

Exemple
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
Calculer AC.

Manuel de 3° [Ex 12, 13, 14, 15 p 252]



Solution
Dans les triangles AMN et ABC,
M$\in$ [AB], N $\in$ [AC]
et (MN) // (BC),
D'après le théorème de Thalès on a

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

En remplaçant par les valeurs

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

AC = $\frac{9 \times 8}{6}$ = 12 cm.

[AC] mesure 12 cm.

Fp Thalès Calculer une longueur
Fp Thalès Calculer une longueur (2)
Fp Thalès Angles
Fp Thalès et Pythagore

Prise d'initiative
Partage de segment Tracer un segment [AB]. Partager ce segment en 7 parties égales.
Fp Exercice de prise d'initiative (1) Rec Pythagore + thm Talès
Fp Exercice de prise d'initiative (2) Thm +Rec Pythagore + thm Talès

III. Propriété réciproque

Activité Réciproque de Thalès + Geogebra + Animation réciproque Thalès (Internet)

Réciproque

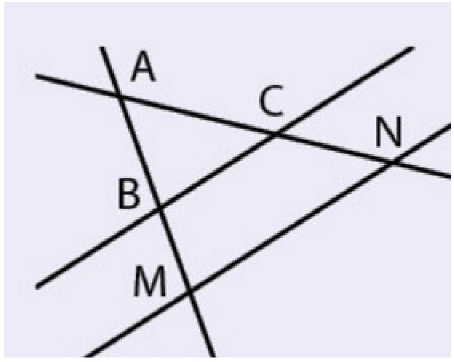
Si ABC et AMN sont deux triangles tels que :

M ∊ [AB),

N ∊ [AC)

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$$

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

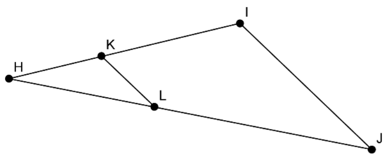


Remarques :

- si une des hypothèses n'est pas vérifiée alors les droites ne sont pas parallèles.
- Pour établir une **égalité**, il est obligatoire de travailler avec des **valeurs exactes**. (Fractionnaires ou décimales)
  Par contre des valeurs approchées différentes sont suffisantes pour prouver qu'il n'y a pas d'égalité.

Exemple

Dans la figure ci-contre,
on a HK = 2 cm, HI = 5 cm,
HL = 2,6 cm et HJ = 6,5 cm.
Montre que (KL) // (IJ).



Solution

Dans les triangles HIJ et KHL,

- K ∊ [HI) et L ∊ [HJ)
- $\frac{HK}{HI}=\frac{2}{5}=0{,}4$
- $\frac{HL}{HJ}=\frac{2{,}6}{6{,}5}=0{,}4$

On constate que $\frac{HK}{HI}=\frac{HL}{HJ}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès on en déduit que (KL) // (IJ).

Fp Thalès Rconnaitre des droites parallèles
Fp Thalès Voile Bateau