AP Arithmétique 5eme

Exercice 1

A l'aide du calcul mental, compléter les pointillés ci-dessous :

a. $4\times\ldots=44$ b. $20\div4=\ldots$ c. $35\div\ldots=7$

d. $42\div\ldots=6$ e. $4\times\ldots=36$ f. $24\div8=\ldots$

Correction 1

a. $4\times11=44$ b. $20\div4=5$ c. $35\div5=7$

d. $42\div7=6$ e. $4\times9=36$ f. $24\div8=3$

Exercice 2

1. Compléter les tables de multiplications suivantes :

$\times16$					
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

2. En vous servant des tables de multiplications précédentes, répondre aux questions suivantes :

   a. Donner le plus grand multiple de 16 inférieur à 78?

   b. Combien de fois l'entier 16 rentre-t-il au maximum dans 174?

   c. Après avoir partagé 200 en plusieurs parts de 16, combien reste-til?

Correction 2

1.

$\times16$					
1	16	6	96	11	176
2	32	7	112	12	192
3	48	8	128	13	208
4	64	9	144	14	224
5	80	10	160	15	240

2. a. Le plus grand multiple de 16 inférieur à 78 est :
   $78=4\times16=64$
   La division euclidienne de 78 par 16 :
   $78=(4\times16)\ +\ 14$

   b. L'entier 16 rentre 10 fois dans 174. On a la division euclidienne :
   $174=(10\times16)\ +\ 14$

   c. En partageant l'entier 200 en 16 parts égales, on obtient des parts de 12. On a la division euclidienne suivante :
   $200=(12\times16)\ +\ 8$

Exercice 3

Compléter le tableau par des croix pour indiquer si les entiers présentés sont divisibles par 2, 3, 5, 9.

Entiers	123	504	205	1433	2430
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 9					

Correction 3

Entiers	123	504	205	1433	2430
Divisible par 2		×			×
Divisible par 3	×	×			×
Divisible par 5			×		×
Divisible par 9		×			×

Exercice 4

D'après l'égalité suivante : $156=(21\times7)+9$

1. Déterminer la division euclidienne de 156 par 21.

2. Déterminer la divison euclidienne de 156 par 7.

Correction 4

1. La division euclidienne de 156 par 21 est :
   $156=(21\times7)+9$

2. La divison euclidienne de 156 par 7 est :
   $156=(21\times7)+9=(21\times7)+7+2$
   $=(22\times7)+2$

CC BY-NC

Exercice 5

Définition : on dit qu'un entier est **décomposé en produit d'entiers premiers** s'il est écrit comme un produit dont tous les facteurs sont des entiers premiers.

Exemple : l'entier 72 admet la décomposition : $2\times2\times2\times3\times3$

Algorithme : ci-contre une méthode d'obtention de la décomposition d'un entier en produit d'entiers premiers :

$72 = 2\times36$

$72 = 2\times\underbrace{2\times18}$

$72 = 2\times2\times\underbrace{2\times9}$

$72 = 2\times2\times2\times\underbrace{3\times3}$

1. Utiliser l'égalité $28=2\times14$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 28.
2. Utiliser l'égalité $40=2\times20$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 40.
3. Utiliser l'égalité $96=2\times48$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 96.

Correction 5

1. On a les égalités suivantes :
$$\begin{aligned}28 &= 2\times14\\ &= 2\times\left(2\times7\right)\\ &= 2^2\times7\end{aligned}$$
La dernière égalité donne la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 28.
2. On a les égalités suivantes :
$$\begin{aligned}40 &= 2\times20\\ &= 2\times\left(2^2\times5\right)\\ &= 2^3\times5\end{aligned}$$
La dernière égalité donne la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 40.
3. On a les égalités suivantes :
$$\begin{aligned}96 &= 2\times48\\ &= 2\times\left(2^4\times3\right)\\ &= 2^5\times3\end{aligned}$$
La dernière égalité donne la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 96.

Exercice 6*

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Correction 6

1. De l'égalité $34\times3=102$, on en déduit que l'entier 102 est divisible par 3.
2. On a les égalités suivantes :
$$\begin{aligned}102 &= 3\times34\\ &= 3\times\left(2\times17\right)\\ &= 2\times3\times17\end{aligned}$$
3. Les 3 diviseurs non-premiers de l'entier 102 sont :
1 ; 6 ; 51

Exercice 7

Pour chacune des questions ci-dessous, préciser si le triangle ABC est constructible ou non en justifiant votre réponse.

a. $AB = 3\,cm$; $BC = 10\,cm$; $AC = 9\,cm$

b. $AB = 5\,cm$; $BC = 3\,cm$; $AC = 1\,cm$

c. $AB = 2\,cm$; $BC = 6\,cm$; $AC = 7\,cm$

d. $AB = 2\,cm$; $BC = 1\,cm$; $AC = 1{,}5\,cm$

Correction 7

a. Ce triangle est constructible car il vérifie les trois inégalités triangulaires et en particulier :
$$\begin{aligned}10 &\leqslant 3+9\\ BC &\leqslant AB+AC\end{aligned}$$
où $[BC]$ est le segment le plus grand.

b. Ce triangle n'est pas constructible car une des trois inégalités triangulaires n'est pas vérifiée :

- $AB \leqslant BC+AC$ est fausse ;

c. Ce triangle est constructible car il vérifie les trois inégalités triangulaires et en particulier : $AC \leqslant AB+BC$ car le segment $[AC]$ est le plus grand côté du triangle ABC.

d. Ce triangle est constructible car il vérifie les trois inégalités triangulaires et en particulier : $AB \leqslant BC+AC$ où le segment $[AB]$ est le plus grand côté du triangle ABC

Exercice 8

1. Compléter chacun des tableaux ci-dessous.

	Diviseur	Quotient	Reste
5105	7000		
5105	700		
205	70		
65	7		

CC BY-NC

2. Donner le résultat de la division euclidienne de 5105 par 7

Correction 8

1. Voici le tableau complété :

	Diviseur	Quotient	Reste
4360	3000	1	1360
1360	300	4	160
160	30	5	10
10	3	3	1

2. On a les divisions euclidiennes suivantes :

$5105 = (729 \times 7) + 2$

Exercice 9

Un fermier ramasse les oeufs pondus par ses poules durant la nuit. Il en compte 748!
Il compte les ranger dans des boites contenant chacune une douzaine d'oeufs.
Il possède 65 boites.

1. Combien de boîtes complètes, le fermier pourra-t-il confectionner?
2. A-t-il suffisamment de boîtes pour ranger tous ses oeufs?

Correction 9

1. Déterminons la division de 748 à 12 :

```
 7 4 8 | 12
-7 2   |---
   2 8 | 62
 - 2 4 |
   4   |
```

Il pourra remplir 62 boites d'oeufs.

2. Il lui faudra 63 boites pour ranger tous ses oeufs et il pourra donc tous les ranger.

Exercice 10

Pour chaque question, préciser si le triangle peut être construit et la nature du triangle. Justifier les réponses.

1. $AB = 5\,cm$; $BC = 7{,}5\,cm$; $AC = 4\,cm$
2. $DE = 4\,cm$; $EF = 5\,cm$; $DF = 9\,cm$
3. $GH = 6\,cm$; $HI = 2\,cm$; $GI = 4\,cm$
4. $JK = 7\,cm$; $KL = 4\,cm$; $JL = 4\,cm$

Correction 10

1. Dans le triangle ABC, le côté $[BC]$ est le plus grand côté. On a la relation :
$7{,}5 < 5 + 4$
$BC < AB + AC$
On en déduit que le triangle peut être construit. A priori, le triangle ABC est un triangle quelconque.

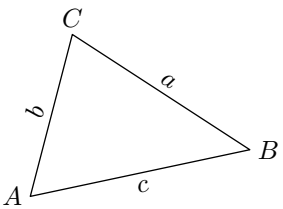
2. Dans le triangle DEF, le côté $[DF]$ est le plus grand des côtés. On a la relation :
$9 = 4 + 5$
$DF = DE + EF$
On en déduit que le triangle DEF est un triangle plat. Plus précisément, le point E appartient au segment $[DF]$.

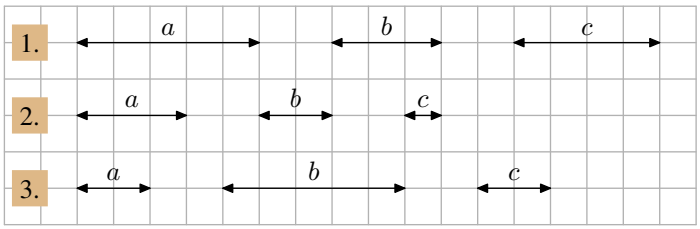
3. Dans le triangle GHI, le côté $[GH]$ est le plus grand des côtés. On a la relation :
$6 = 2 + 4$
$GH = HI + GI$
On en déduit que le triangle GHI est un triangle plat. Plus précisément, le point I appartient au segment $[GH]$.

4. Dans le triangle JKL, le côté $[JK]$ est le plus grand des côté. On a la relation :
$7 < 4 + 4$
$JK < KL + JL$
On en déduit que le triangle JKL peut être construit. De plus, de l'égalité $KL = JL$, on en déduit que le triangle JKL est un triangle isocèle en L.

Exercice 11*

Pour chaque question, est-il possible de construire un triangle dont les côtés ont pour mesure a, b et c?
Justifier votre réponse.





Correction 11

1. Puisque la longueur du plus grand des segments *(ici le premier)* est strictement inférieur à la somme des deux autres segments, on peut tracer le triangle :
$5 < 3 + 4$

CC BY-NC

2. On a l'égalité : $3=2+1$
On a donc un triangle plat.

3. On a l'inégalité : $5>2+2$
On ne peut donc pas tracer un triangle ayant ces dimensions.

Exercice 12

1. Les égalités proposées ci-dessous sont exactes.

   a. $375 = (40\times9) + 15$ b. $178 = (19\times9) + 7$

   c. $1029 = (115\times9) - 6$ d. $458 = (48\times9) + 26$

   Seule une de ces égalités représente une division euclidienne. Laquelle?

2. Reprendre les égalités de la question 1. afin de proposer les égalités représentant la division euclidienne de 375, 178, 1029, 458 par l'entier 9.

Correction 12

1. a. L'égalité ci-dessous ne représente pas la division euclidienne de 375 car le terme 15 est plus grand que le diviseur :
   $375 = (40\times9) + 15$

   b. Cette égalité représente la division euclidienne de 178 par 9 :
   $178 = (19\times9) + 7$

   c. L'égalité $1029=(115\times9)-6$ n'est pas présentée sous la forme :
   $a = (q\times b) + r$
   Elle ne représente donc pas la division euclidienne de 1027 par 9.

   d. Le terme n'étant pas strictement inférieure à 9, on en déduit que l'égalité suivante n'est pas la division euclidienne de 458 par 9 :
   $458 = (48\times9) + 26$

2. a. $\begin{aligned} 375 &= (40\times9) + 15 \\ &= (40\times9) + 9 + 6 \\ &= (41\times9) + 6 \end{aligned}$

   b. $178 = (19\times9) + 7$

   c. $\begin{aligned} 1029 &= (114\times9) + 9 - 6 \\ &= (114\times9) + 3 \end{aligned}$

   d. $\begin{aligned} 458 &= (48\times9) + 26 \\ &= (48\times9) + 18 + 8 \\ &= (50\times9) + 8 \end{aligned}$

Exercice 13

Pour chacun des entiers 198, 297, 462, déterminer leur décomposition en produit d'entiers premiers.

Indications : pour cela, on utilisera les égalités :
- $198 = 6\times33$
- $297 = 9\times33$
- $462 = 14\times33$

Correction 13

- On a les égalités suivantes :
  $\begin{aligned} 198 &= 3\times33 \\ &= 3\times(3\times11) \\ &= 3^2\times11 \end{aligned}$
- On a les égalités suivantes :
  $\begin{aligned} 297 &= 9\times33 \\ &= 3^2\times(3\times11) \\ &= 3^3\times11 \end{aligned}$
- On a les égalités suivantes :
  $\begin{aligned} 462 &= 14\times33 \\ &= (2\times7)\times(3\times11) \\ &= 2\times3\times7\times11 \end{aligned}$

Exercice 14

Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895?

Correction 14

On a les égalités :

$\begin{aligned} 41\,895 &= 5\times8\,379 \\ &= 5\times(3\times2\,793) \\ &= 3\times5\times2\,793 \\ &= 3\times5\times(3\times931) \\ &= 3^2\times5\times931 \\ &= 3^2\times5\times(7\times133) \\ &= 3^2\times5\times7\times133 \\ &= 3^2\times5\times7\times(7\times19) \\ &= 3^2\times5\times7^2\times19 \end{aligned}$

Exercice 15*

On considère les entiers suivants :

54 ; 123 ; 35 ; 48 ; 1221 ; 10035 ; 6

Parmi les entiers ci-dessus, donner la liste de :

1. tous les entiers qui sont des multiples de 2.
2. tous les entiers qui sont des multiples de 3.
3. tous les entiers divisbles par 5.
4. tous les entiers divisibles par 9.

Correction 15

1. La liste des entiers divisibles par 2.
   54 ; 48 ; 6
2. La liste des entiers divisibles par 3.
   54 ; 123 ; 48 ; 1221 ; 10035 ; 6
3. La liste des entiers divisibles par 5.
   35 ; 10035
4. La liste des entiers qui sont multiples de 9.
   54 ; 10035

CC BY-NC