4°

Chapitre 7 : Statistiques

Cours complété

I) Rappels:

Exemple 0 : On a posé à chaque élève de la classe de 4°, la question suivante :

« Combien de sorties avec le collège as-tu effectuées l'an dernier ? »

Voici les résultats de l'enquête: 2-1-0-3-2-3-2-1-0-4-1-2-3-1-0-2-0-4-1-2-2-1-3-2

a) Population étudiée : les élèves d'une classe de 4°

b) Caractère étudié : le nombre de sorties effectuées l'an dernier

c) Valeurs prises par le caractère : les nombres 0, 1, 2, 3 et 4

d) Tableau d'effectif:

Nombre de sorties	0	1	2	3	4	TOTAL
Effectifs	4	6	8	4	2	24

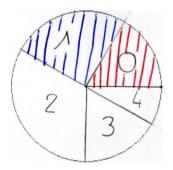
Ce tableau permet de mieux visualiser la répartition des réponses proposées.

e) Effectif de la valeur « 4 » : 2

f) Effectif total: 24.

g) Diagramme circulaire:

Nombre de sorties	0	1	2	3	4	TOTAL
Effectif	4	6	8	4	2	24
Angles	60	90	120	60	30	360



Ce diagramme circulaire permet lui aussi de mieux visualiser la répartition des réponses proposées.

Remarques: 1) Dans le cas d'un diagramme circulaire, dans la case TOTAL des angles on indique 360°.

- 2) Dans le cas d'un diagramme semi-circulaire, dans la colonne TOTAL des angles on indique 180°.
- 3) Pour trouver tous les autres angles manquants, on complète le tableau de proportionnalité ci-dessus.

II) <u>Fréquence</u>:

Fréquence =
$$\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

a) Fréquence de la réponse « 2 sorties » : 8 élèves sur 24 ont effectué 2 sorties.

La fréquence d'élèves ayant effectué « 2 sorties » est de $\frac{8}{24}$ ou en fraction simplifiée $\frac{1}{3}$.

Fréquence en pourcentage =
$$\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

b) Pourcentage d'élèves n'ayant pas effectués de sorties : $\frac{4}{24} \times 100 \approx 17$

Environ 17% des élèves n'ont pas effectué de sorties l'an dernier.

III) Moyenne:

Moyenne = $\frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total}}$

Moyenne pondérée par les effectifs =

somme de chaque valeur multipliée par son effectif

effectif total

1) Cas d'une série statistique donnée sous forme de liste :

Exemple 1 : A chaque élève de la classe de 4° on a posé la question suivante :

« Quelle est la durée (en minutes) de ton petit-déjeuner un jour où tu as cours ? »

Voilà les réponses obtenues (elles ont été rangées par ordre croissant)

Combien de temps en moyenne les élèves de cette classe consacre-t-il à leur petit-déjeuner ?

- Effectif total = 25 (Il y a 25 réponses)
- Moyenne: $(\mathbf{0} \times 5 + \mathbf{2} \times 2 + \mathbf{5} \times 2 + \mathbf{8} \times 1 + \mathbf{10} \times 2 + \mathbf{12} \times 1 + \mathbf{15} \times 10 + \mathbf{20} \times 1 + \mathbf{25} \times 1) \div 25 = 9,96$ Chez ces élèves, la durée moyenne du petit-déjeuner est de 9,96 min.

2) Cas d'une série donnée sous forme de tableau :

Exemple 2 : Voici la répartition des salaires mensuels des employés d'une petite entreprise.

Salaire (en euros)	950	1 000	1 200	1 300	1 500	1 600	2 993	5 324
Effectif	1	15	25	16	11	13	5	1

Calculer le salaire moyen de ces employés.

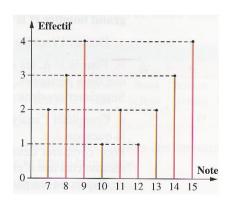
- Effectif total: 1 + 15 + 25 + 16 + 11 + 13 + 4 + 1 = 87
- Moyenne : $(950 \times 1 + 1000 \times 15 + 1200 \times 25 + 1300 \times 16 + 1500 \times 11 + 1600 \times 13 + 2993 \times 5 + 5324 \times 1) \div 87 = 1429$ Le salaire moyen dans cette entreprise est de 1429 €.

3) <u>Cas d'une série donnée sous forme de diagramme à bâtons</u> : Exemple 3 :

Voici la répartition des élèves d'une classe de 4° selon leurs notes à un devoir de mathématiques. Quelle est la moyenne de ces notes ?

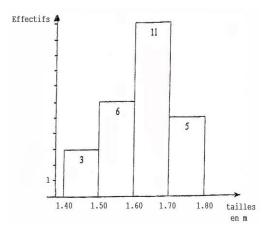
- Effectif total = 2 + 3 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 + 3 + 4 = 22 (II y a 22 élèves)
- Moyenne: $(7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 4 + 10 \times 1 + 11 \times 2 + 12 \times 1 + 13 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 4)$ ÷ 22 ≈ 11,18

Dans cette classe, la moyenne du contrôle de maths est environ 11,18.



4) Cas d'une série donnée sous forme d'histogramme :

Exemple 4: Voici la répartition des élèves d'une classe de 4° selon leur taille. Quelle est la taille moyenne de ces élèves ?



Taille T (en m)	1,40 ≤T< 1,50	1,50 ≤ T<1,60	1,60 ≤ T<1,70	1,70 ≤ T<1,80	TOTAL
Effectifs	3	6	11	5	25
Centre de la classe	1.45	1.55	1.65	1.75	

- Effectif total : 3 + 6 + 11 + 5 = 25
- Moyenne: $(1,45 \times 3 + 1,55 \times 6 + 1,65 \times 11 + 1,75 \times 5) \div 25 = 1,622$

La taille moyenne de ces élèves est d'environ 1,62m.

IV) Médiane

<u>Définition</u>: Une série de valeurs **étant rangée par ordre croissant**, on appelle <u>médiane</u> une valeur du caractère qui partage cette série ordonnée en deux séries de même effectif.

En pratique, on range la série par ordre croissant puis on recherche la valeur qui se situe « au milieu ».

<u>Interprétation de la médiane</u> : Il y a au moins la moitié des valeurs de la série inférieures ou égales à la médiane. et il y a au moins la moitié des valeurs de la série supérieures ou égales à la médiane.

Détermination pratique de la médiane

Cas n°1 : effectif total IMPAIR	<u>Cas n°2</u> : effectif total PAIR				
<u>Série</u> : 6; 15; 26; 16; 30; 21; 24; 17; 9; 12; 14.	<u>Série</u> : 16;7;11;9;14;15.				
On range d'abord les valeurs par ordre croissant :	On range d'abord les valeurs par ordre croissant :				
6;9;12;14;15;16; <u>17;21;24;26;30</u>	<u>7;9;11</u> ; <u>14;15;16</u>				
5 valeurs MEDIANE 5 valeurs	3 valeurs MEDIANE 3 valeurs				
L'effectif total est 11	L'effectif total est 6				
On le partage en 2. $11 = 5 \times 2 + 1$	On le partage en 2. $6 = 3 \times 2 + 0$				
Donc 11 valeurs = 5 valeurs + 1 valeur + 5 valeurs	Donc 6 valeurs = 3 valeurs + 3 valeurs				
	La médiane se situe donc entre la 3 ^{ème} valeur (11) et la				
La médiane est donc à la 6 ^{ème} valeur de la série	4 ^{ème} valeur (14).				
ordonnée. C'est donc 16.	On choisit alors pour médiane la moyenne de ces deux				
	valeurs. C'est donc (11 + 14) ÷ 2 = 12,5				

Retour à l'exemple 1 : (durée en minutes du petit-déjeuner).

- La série est déjà ordonnée.
- Effectif total est 25.
- On partage en deux: $25 = 12 \times 2 + 1$ donc on a 25 valeurs = 12 valeurs + 1 valeur + 12 valeurs.
- La médiane est donc la 13^{ème} valeur de la série ordonnée. C'est 12.

Dans cette classe, le temps médian consacré au petit-déjeuner est donc 12 min.

Retour à l'exemple 2 : (salaire d'une petite entreprise)

Salaire (en €)	950	1 000	1 200	1 300	1 500	1 600	2 993	5 324	TOTAL
Effectif	1	15	25	16	11	13	5	1	87

Quel est le salaire médian de ces employés ?

- La série est déjà ordonnée.
- L'effectif total est 87.
- On partage en deux: $87 = 43 \times 2 + 1$ donc on a 87 valeurs = 43 valeurs + 1 valeur + 43 valeurs.
- La médiane est donc la 44 ème valeur de la série ordonnée : c'est 1300 €.

Dans cette entreprise, le salaire médian est donc de 1300 €.

V) Etendue d'une série statistique

<u>Définition</u>: <u>L'étendue d'une série</u> est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite de la série.

<u>Exemple</u>: Voici les notes obtenues en mathématiques par deux élèves d'une même classe au cours du 1^{er} trimestre.

Chris: 5; 9; 10; 12; 15; 15	Janna:9;9;11;11;13;13
Moyenne: $(5 + 9 + 10 + 12 + 15 + 15) \div 6 = 66 \div 6 = 11$	Moyenne: $(9 + 9 + 11 + 11 + 13 + 13) \div 6 = 66 \div 6 = 11$
Médiane: effectif total: 6 6 valeurs = 3 valeurs + 3 valeurs La $3^{\text{ème}}$ valeur est 10 et la $4^{\text{ème}}$ valeur est 12 Donc la médiane est $(10 + 12) \div 2 = 22 \div 2 = 11$	<u>Médiane</u> : effectif total: 6 6 valeurs = 3 valeurs + 3 valeurs La $3^{\text{ème}}$ valeur est 11 et la $4^{\text{ème}}$ valeur est 11 Donc la médiane est $(11 + 11) \div 2 = 22 \div 2 = 11$
<u>Etendue</u> : 15 – 5 = 10	<u>Etendue</u> : 13 – 9 = 4

VI) Utilisation du tableur pour représenter une série et calculer ses indicateurs

Exemple 8 : On a relevé dans une feuille de calcul la hauteur de pluie à Toulouse durant une semaine.

B4	√ √ ∑ =							
	А	В	С	D	E	F	G	Н
1	Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
2	Hauteur de pluie (en mm)	15	27	34	3	21	48	72
3								
4	hauteur totale							
5	moyenne							
6	médiane							
- 7	étendue							
7	étendue							

1) Les formules :

a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B4 pour calculer la hauteur totale de pluie durant cette semaine. = SOMME(B2 : H2) ou = B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2 + H2	b) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B5 pour calculer la hauteur moyenne de pluie. = MOYENNE(B2 : H2)
c) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B6 pour calculer la hauteur médiane de pluie. = MEDIANE(B2 : H2)	d) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B7 pour calculer l' étendue . = MAX(B2 : H2) – MIN(B2 : H2)

2) <u>Les représentations graphiques</u>: A l'aide de l'icône ., on a représenté de trois façons différentes cette série 100 50 Diagramme en barres mardi mercredi vendredi samedi dimanche Iundi ■ mardi mercredi Diagramme circulaire ■ jeudi vendredi 100 50 Diagramme cartésien mardi mercredi jeudi vendredi samedi dimanche lundi