

4)

On sait que (NR) est le symétrique de (MP) par rapport à O.

Or la symétrie centrale conserve les distances.

Donc (NR) est à la même distance de O que (MP).

On sait que H, J et O appartiennent à la même droite, perpendiculaire à (NR) que H appartient à (MP) et J appartient à (NR).

Or la distance d'un point à une droite est la longueur du segment reliant le point au pied de la perpendiculaire passant par ce même point. (Propriété de 6eme)

Donc HO est la distance entre (MP) et O et JO est la distance entre (NR) et O.

(NR) est à la même distance de O que (MP), donc $HO=JO$

On sait que H, J et O sont alignés et que $HO=JO$

Or si A' est le symétrique du point A par rapport au point O alors O est le milieu du segment [AA']

Donc J est le symétrique de H.

5)

(MP) est perpendiculaire à (HO) donc $\widehat{MHO} = 90^\circ$.

On sait que OJN est le symétrique de MHO par le point O et que $\widehat{MHO} = 90^\circ$

Or la symétrie centrale conserve les mesures d'angle.

Donc $\widehat{OJN} = \widehat{MHO} = 90^\circ$

6) Ici l'objectif c'est de déduire des informations précédentes que les deux droites sont parallèles.

On sait que (HJ) perpendiculaire à (MP) et à (NR).

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (MP) est parallèle (NR)

84 C4 Démonstration

Dans cet exercice, on se propose de démontrer la propriété suivante :

« *Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle.* »

1) a) Tracer une droite (MP) et placer un point O n'appartenant pas à cette droite.

b) Construire les symétriques respectifs N et R des points M et P par rapport au point O.

2) Tracer le symétrique de la droite (MP) par rapport au point O.

3) Construire la droite perpendiculaire à la droite (MP) passant par le point O. Cette droite coupe la droite (MP) au point H et la droite (NR) au point J.

4) Quel est le symétrique du point H par rapport au point O ?

Justifier la réponse.

5) Justifier que l'angle $\widehat{OJN}$ est un angle droit.

6) En déduire que les droites (MP) et (NR) sont parallèles.