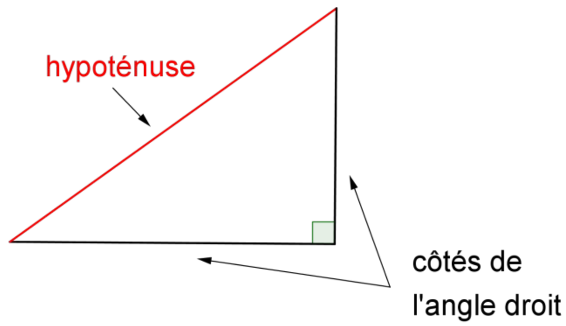
Chap 2 Egalité de Pythagore

I. Vocabulaire

Définition
Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. (C'est le plus grand).

Exemple



Ex 11 p 246

II. Propriété du triangle rectangle

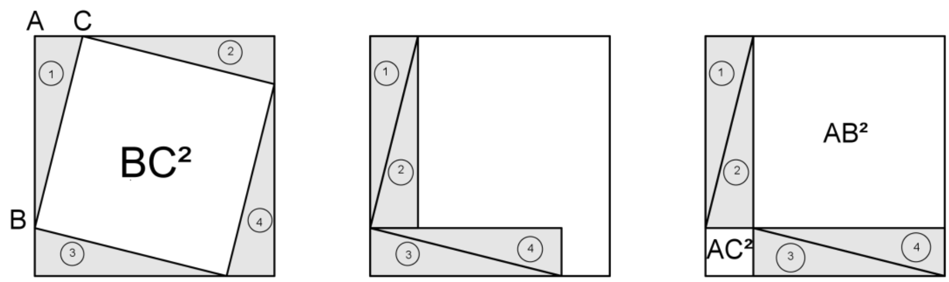
Fp Activité Puzzle

Propriété
Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
Si ABC est rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Cette égalité est appelée « Egalité de Pythagore ».

ATTENTION : Cette propriété ne s'applique qu'aux **triangles rectangles.**

Ex 12, 13, 14 p 246
Ex 9, 10 p 246

Ebauche de démonstration



Exemple
ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 3cm et BC = 8 cm. Calculer AB.

Solution
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après l'égalité de Pythagore
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
En remplaçant par les valeurs
$8^2 = AB^2 + 3^2$
$64 = AB^2 + 9$
$AB^2 = 64 - 9$
$AB^2 = 55$
AB = $\sqrt{55} \approx 7{,}4$ cm
Le segment [AB] mesure environ 7,4 cm.

Définition
La racine carrée d'un nombre *a* est le nombre positif dont le carré est égal à *a*.
On la note et se lit « racine carrée de a ».

Exemples

$\sqrt{16} = 4$ $\sqrt{12} \approx 3{,}464$

Remarque : La touche $\sqrt{}$ des calculatrices permet de trouver un nombre (ou sa valeur approchée) quand on connaît son carré.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Racine carré : 24 p247

Fp Egalité de Pythagore (ou ex 15, 16, 17, 19 + 246 + ex 25, 26, 28, 29, 30 p 247)
Résoudre des problèmes ex 44, 45 p 250, ex 67 p 253 (viaduc Millau), ex 56 p 251 (appentis)
Fp 1 Géométrie dans l'espace
Analyse de production ex 3 p 254

III. Reconnaître un triangle rectangle

Propriété (admise)
Pour déterminer si un triangle est rectangle ou non, on compare le carré de la longueur du plus grand côté avec à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés

- Si ces deux nombre sont égaux, l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle est rectangle
- Si ces deux nombre ne sont pas égaux, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle n'est pas rectangle

Résumé

Un triangle ABC a pour plus long côté [BC],

- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Ex 32, 33 p 247

Exemple
Le triangle ABC de côtés AB = 2 cm, AC = 3 cm, BC = 4 cm est-il rectangle ?

Solution (il faut 2 calculs séparés)
Dans le triangle ABC, [BC] est le plus grand côté

$BC^2 = 4^2 = 16$ | $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

On constate que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée,
donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exemple
Le triangle MNP de côtés MN = 3,3 cm, NP = 6,5 cm et MP = 5,6 cm est-il rectangle ?

Solution (il faut 2 calculs séparés)
Dans le tringle MNP, [NP] est le plus grand côté

$NP^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$ | $MN^2 + MP^2 = 3{,}3^2 + 5{,}6^2 = 10{,}89 + 31{,}36 = 42{,}25$.

On constate que $NP^2 = MN^2 + MP^2$.
L'égalité de Pythagore est vérifiée,
donc le triangle MNP est rectangle en M.

Fp reconnaitre un triangle rectangle (ou ex 34 à 38 p 247)
Résoudre des problèmes ex 48 p 250
Fp 2 (parallélogramme, rectangle et losange)
Analyse de production ex 4 p 254

Ex 47 p 250, ex 55 p 251 (thm et rec)
DM